

**Finanční matematika – geometrická posloupnost**

RNDr. Iva Lišková

Střední průmyslová škola

Mladá Boleslav, Havlíčkova 456

CZ.1.07/1.5.00/34.0861

MODERNIZACE VÝUKY

Anotace

Předmět: matematika

Ročník: III. ročník SŠ

Tematický celek: posloupnosti a finanční matematika

Klíčová slova: geometrická posloupnost, kvocient

Forma: výklad

Datum vytvoření: 14. 3. 2014

**Finanční matematika – geometrická posloupnost**

**Posloupnost** $\left(a\_{n}\right)\_{n=1}^{\infty }$ se nazývá **geometrická**, právě když existuje takové reálné číslo $q$, že pro každé přirozené číslo $n$ platí

$a\_{n+1} = a\_{n}q$**.**

Číslo $q$ se nazývá **kvocient** geometrické posloupnosti.

Pokud $a\_{1}\ne 0$ a $q\ne 0$, platí, že podíl dvou po sobě jdoucích členů je konstantní, tj. $\frac{a\_{n+1}}{a\_{n}}=q$.

V geometrické posloupnosti $\left(a\_{n}\right)\_{n=1}^{\infty }$ s kvocientem $q$ platí pro každé $nϵN$

$a\_{n}=a\_{1}q^{n-1}$.

V geometrické posloupnosti $\left(a\_{n}\right)\_{n=1}^{\infty }$ s kvocientem $q$ platí pro všechna $r, sϵN$

$a\_{s}=a\_{r}q^{s-r}$.

Pro součet $s\_{n} $prvních $n$ členů geometrické posloupnosti $\left(a\_{n}\right)\_{n=1}^{\infty }$ s kvocientem $q$ platí

a)je-li $q=1$, pak $s\_{n}=na\_{1}$

b)je-li $q\ne 1$, pak $s\_{n}=\frac{q^{n}-1}{q-1}$.

Příklad 1:

Napište prvních šest členů geometrické posloupnosti $\left(a\_{n}\right)\_{n=1}^{\infty }$, jestliže

a)$a\_{1}=\frac{1}{4}, q=2$

b)$ a\_{1}=12, q=-\frac{1}{2}$

Zobrazte v soustavě souřadnic.

Řešení příkladu 1:

a)$\frac{1}{4}, \frac{1}{2}, 1, 2, 4, 8$

b)$12, -6, 3, -\frac{3}{2}, \frac{3}{4}, -\frac{3}{8}$

Příklad 2:

Určete všechna $x\in R$, pro která jsou čísla $\sqrt{x}, \sqrt[3]{x}, \sqrt[5]{x}$ po sobě jdoucí členy geometrické posloupnosti.

Řešení příkladu 2:

$$\frac{\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}}=q, \frac{\sqrt[5]{x}}{\sqrt[3]{x}}=q$$

$$\left(\sqrt[3]{x}\right)^{2}=\sqrt{x}\sqrt[5]{x}$$

$$x^{\frac{2}{3}}=x^{\frac{1}{2}+\frac{1}{5}}$$

$$x^{\frac{20}{30}}=x^{\frac{21}{30}}$$

$x=1 $ nebo $x=0$

Příklad 3:

Vyjádřete geometrickou posloupnost $\left(b\_{n}\right)\_{n=1}^{\infty }$ vzorcem pro $n$-tý člen, je-li dáno: $b\_{1}=20, b\_{n+1}=0,5b\_{n}$.

Řešení příkladu 3:

První členy posloupnosti: $20; 10;$ 5; 2,5; …

$$b\_{n}=20∙2^{1-n}$$

Nebo také $b\_{n}=\frac{40}{2^{n}}$

Příklad 4:

Nákupní cena stroje je $250 000 Kč$. Jaká bude cena stroje za tři roky, odepisuje-lise ročně na amortizaci $5\%$ ceny z předchozího roku?

Řešení příkladu 4:

$a\_{0} $ nákupní cena

$$q=0,95$$

$$a\_{3}=250 000 Kč ∙\left(0,95\right)^{3}≐214 344 Kč$$

Cena stroje za tři roky bude přibližně $214 344 Kč$.

Příklad 5:

Paní Pokorná si uložila na termínovaný vklad na $4$ roky $20 000 Kč$ s roční úrokovou mírou $3,8\%$. Jde o složené úročení, banka připisuje úroky jednou ročně. Daň z úroku je $15\%$. Kolik korun banka paní Pokorné po čtyřech letech vyplatí?

Řešení příkladu 5:

$a\_{0}$ … vklad $20 000 Kč$

$a\_{4} $ částka po $4$ letech

$a\_{4}= a\_{0}\left(1+0,85∙0,038\right)^{4}$

$zdaňovací koeficient$ $úroková míra$

$$a\_{4}=20 000\left(1,0323\right)^{4} ≐20 000∙1,1356 ≐22 711,91 Kč$$

Banka paní Pokorné po $4$ letech vyplatí $22 712 Kč$.

Literatura:

* Odvárko, Oldřich. Posloupnosti a finanční matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť. Dotisk 1. vydání. Praha: Prometheus, 2005. ISBN 80-7196-239-2.
* Smida, J., Božek, M., Odvárko, O. Sbírka úloh z matematiky pro II. Ročník gymnázií. 2. vydání. Praha: Státní pedagogické nakladatelství Praha, 1991. ISBN 80-04-25485-3.