

**Finanční matematika – aritmetická posloupnost**

RNDr. Iva Lišková

Střední průmyslová škola

Mladá Boleslav, Havlíčkova 456

CZ.1.07/1.5.00/34.0861

MODERNIZACE VÝUKY

Anotace

Předmět: matematika

Ročník: III. ročník SŠ, IV. ročník SŠ

Tematický celek: posloupnosti a finanční matematika

Klíčová slova: aritmetická posloupnost, diference

Forma: výklad

Datum vytvoření: 28. 2. 2014

*U jednoduchého úročení se setkáváme s aritmetickou posloupností, u složeného úročení s geometrickou posloupností. Obě posloupnosti připomeneme.*

**Posloupnost** $\left(a\_{n}\right)\_{n=1}^{\infty }$ se nazývá **aritmetická**, právě když existuje takové reálné číslo $d$, že pro každé přirozené číslo $n$ platí

$a\_{n+1}=a\_{n}+d$.

Číslo $d$ se nazývá **diference** aritmetické posloupnosti

V aritmetické posloupnosti $\left(a\_{n}\right)\_{n=1}^{\infty } $s diferencí $d$ platí pro každé $n\in N$

$a\_{n}=a\_{1}+\left(n-1\right)d$.

V aritmetické posloupnosti $\left(a\_{n}\right)\_{n=1}^{\infty } $s diferencí $d$ platí pro všechna $r, s\in N$

$a\_{s}=a\_{r}+\left(s-r\right)d$.

Pro součet $s\_{n}$ prvních $n$ členů aritmetické posloupnosti $\left(a\_{n}\right)\_{n=1}^{\infty }$ platí

$$s\_{n}=\frac{n}{2}\left(a\_{1}+a\_{n}\right)$$

Příklad 1:

Napište prvních 6 členů aritmetické posloupnosti$\left(a\_{n}\right)\_{n=1}^{\infty }$, pro kterou platí a)$a\_{1}=10, d=2$

 b)$ a\_{1}=5, d=-3$.

Znázorněte graficky.

Řešení příkladu 1:

a)$10, 12, 14, 16, 18, 20$

b)$5, 2, -1, -4, -7, -10$

Příklad 2:

V aritmetické posloupnosti $\left(b\_{n}\right)\_{n=1 }^{\infty } $je $b\_{1}=10, d=5.$ Vypočítejte $b\_{100}$.

Řešení příkladu 2:

$$b\_{100}=b\_{1}+99∙d$$

$$b\_{100}=505$$

Stý člen aritmetické posloupnosti má hodnotu $505.$

Příklad 3:

Dokažte, že v aritmetické posloupnosti platí $b\_{3}+b\_{11}=b\_{5}+b\_{9}$.

Řešení příkladu 3:

$$b\_{1}+2d+b\_{1}+10d=b\_{1}+4d+b\_{1}+8d$$

$$12d=12d$$

cbd.

Příklad 4:

Určete součet prvních $n$ sudých kladných čísel.

Řešení příkladu 4:

Jedná se o součet prvních $n$ členů aritmetické posloupnosti s prvním členem $a\_{1}=2$ a diferencí $d=2$.

$$s\_{n}=\frac{n}{2}\left[2+2+\left(n-1\right)∙2\right]$$

$$s\_{n}=\frac{n}{2}\left(4+2n-2\right)=\frac{n}{2}\left(2+2n\right)$$

$$s\_{n}=n^{2}+n$$

Součet prvních $n$ sudých kladných čísel je $n^{2}+n$.

Příklad 5:

Velikosti vnitřních úhlů trojúhelníku tvoří tři po sobě jdoucí členy aritmetické posloupnosti. Dokažte, že velikost jednoho z úhlů je $60°.$

Řešení příkladu 5:

$$\left(x-d\right)+\left(x\right)+\left(x+d\right)=180$$

$$3x=180$$

$$x=60$$

cbd.

Literatura:

* Odvárko, Oldřich. Posloupnosti a finanční matematika pro střední odborné školy a studijní obory středních odborných učilišť. Dotisk 1. vydání. Praha: Prometheus, 2005. ISBN 80-7196-239-2.
* Smida, Jozef, Božek, Miloš, Odvárko, Oldřich. Sbírka úloh z matematiky pro II. ročník gymnázií. 1. vydání. Praha: SPN, 1986. ISBN 14-629-86.