Sbírka příkladů

Komplexní čísla

Mgr. Anna Dravecká

Gymnázium Jihlava

Anotace

Sbírka příkladů – Komplexní čísla

je vytvořena jako sbírka příkladů vhodná pro domácí nebo školní procvičování poznatků z oboru komplexních čísel. Studenti si zde procvičí v logické návaznosti tyto témata:

- Tvar komplexního čísla
- Algebraický tvar komplexního čísla
- Absolutní hodnota komplexního čísla
- Součet, rozdíl, součin a podíl komplexního čísla
- Goniometrický tvar komplexního čísla
- Goniometrické funkce – $f: y = \sin x; y = \cos x$
- Funkční hodnoty jednotlivých úhlů
- Součet, rozdíl, součin a podíl komplexního čísla v goniometrickém tvaru
- Rozklady dvojčlenů
- Vzorec pro výpočet kvadratické rovnice
- Moivreova věta
- Binomické rovnice

Úvod

1. Vyber z množiny čísel typické představitele množiny ***N, Z, Q, R, C***.

0		**-5**	**-0,55**	**i**		**-3**	
	$\frac{2}{3}$	**1,23**	**2+3i**		$\frac{-1}{2}$		**0,089**
				-2i		**12**	

2. Zjednodušte:
   a. $i^2 =$
   b. $i^4 =$
   c. $i^{15} =$
   d. $i^{33} =$
   e. $i^{148} =$
   f. $i^6 + i^{16} + i^{26} + i^{36} + i^{46} + i^{56} =$
   g. $i + i^2 + i^3 + .. + i^{81} =$
   h. $i \cdot i^2 \cdot i^3 \cdot .. \cdot i^{100} =$
3. Vypočtěte součet, rozdíl a součin komplexních čísel:
   a. $u = 1 + i; v = 2 + i$
   b. $u = 2 + i; v = 2 - i$
   c. $u = -2 - 4i; v = -3i$
   d. $u = 2 + 3i; v = -1$
4. Vypočtěte a zjednodušte:
   a. $(1 + i)(1 - i) =$
   b. $(3 - i)(2 + 3i) + (1 - 4i)(2 - i) =$
   c. $(2 - 3i)^2 =$
   d. $\left(\sqrt{2} + i\right)^4 =$
5. Vypočítejte absolutní hodnotu komplexního čísla:
   a. $6 + 8i =$
   b. $-\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i =$
   c. $3 - 4i =$
   d. $(1 + i)^3 =$
6. Vyjádřete v algebraickém tvaru:

a. $1-\frac{i}{i+1}+(i-1)\cdot i=$

b. $\frac{i+1}{i}:\frac{i-1}{2i+3}=$

c. $\left(\frac{i-1}{i}+\frac{i}{i-1}\right)\cdot(2i-3)-(i-1)\cdot i=$

d. $\frac{i^4}{\frac{1}{1-i}+i}+\frac{i^8}{\frac{1}{1+i}-i}=$

e. $\frac{\frac{2+i}{3-i}+\frac{1+2i}{1+i}}{\frac{2}{1-i}-\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^2}=$

f. $\frac{\frac{9+8i}{2-i}+\frac{25+2i}{4+i}}{\frac{13-19i}{1-3i}-\frac{1+9i}{5+4i}}=$

g. $\frac{6-5i\left(\frac{3+i}{3-i}-\frac{1+i}{2-i}\right)}{1-\frac{5i}{3+2i}}+\frac{|3-4i|+2i}{1-i}=$

h. $\frac{\left|\frac{3-4i}{5i}\right|+\left|\frac{2+i}{1-2i}\right|}{1+2i}=$

i. $\left|1-i+\frac{1+2i}{3-i}\right|=$

j. $||2+3i|^2+(2+3i)^2|=$

Goniometrický tvar komplexního čísla

1. Převeďte z goniometrického tvaru na tvar algebraický:
   a. $z = 2\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$
   b. $z = \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$
   c. $z = 3\left(\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4}\right)$
   d. $z = \sqrt{2}(\cos\pi + i\sin\pi)$
   e. $z = 4(\cos 2\pi + i\sin 2\pi)$
   f. $z = 2\left(\cos\frac{7\pi}{2} + i\sin\frac{7\pi}{2}\right)$
   g. $z = 4\left(\cos\frac{7\pi}{6} + i\sin\frac{7\pi}{6}\right)$
   h. $z = \left(\cos\frac{11\pi}{3} + i\sin\frac{11\pi}{3}\right)$
   i. $z = (\cos 6\pi + i\sin 6\pi)$
   j. $z = 2\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$
   k. $z = \left(\cos -\frac{5\pi}{3} + i\sin -\frac{5\pi}{3}\right)$
2. Převeďte z algebraického tvaru do goniometrického:
   a. $1 - i =$
   b. $-1 =$
   c. $-5 + 5i =$
   d. $-\frac{1}{\sqrt{2}} =$
   e. $3\sqrt{2} + 3i\sqrt{2} =$
   f. $-i\sqrt{3} =$
   g. $-\pi =$
   h. $\pi i =$
   i. $-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i =$
   j. $\frac{1-i}{1+i} =$
   k. $\frac{2}{-1+i} =$
   l. $\frac{1}{2i} =$
   m. $\frac{-3+i}{2+i} =$
   n. $|3 + 2i| =$
   o. $-\frac{1}{i} =$
   p. $i^{80} =$
   q. $(1 - i)^2 =$
   r. $(1 - i)^2 + 2i =$
   s. $\frac{i-3}{2+i} =$
3. Vypočtěte součin a podíl komplexních čísel v goniometrickém tvaru:
   a. $z_1 = 2\sqrt{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right); z_2 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4}\right)$
   b. $z_1 = 2\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right); z_2 = \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right)$
   c. $z_1 = 6\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right); z_2 = \frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$
   d. $z_1 = \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right); z_2 = \cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}$
   e. $z_1 = \sqrt{3}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right); z_2 = \sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$
   f. $z_1 = 2(\cos 105° + i\sin 105°); z_2 = 4(\cos 225° + i\sin 225°)$
   g. $z_1 = \sqrt{6}(\cos 310° + i\sin 310°); z_2 = \sqrt{2}(\cos 140° + i\sin 140°)$
   h. $z_1 = 2\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right); z_2 = 4\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

4. Vyjádřete čísla v goniometrickém tvaru:

a. $\frac{1}{\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}} =$

b. $\frac{i}{\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}} =$

c. $(1-i)\left(\cos\frac{5\pi}{12}+i\sin\frac{5\pi}{12}\right) =$

d. $\left(\cos\frac{2\pi}{5}+i\sin\frac{2\pi}{5}\right)\cdot i =$

e. $2i\cdot\sin\frac{\pi}{4}\left(\cos\frac{7\pi}{3}+i\sin\frac{7\pi}{3}\right)\left(\cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right)+i\sin\left(-\frac{2\pi}{3}\right)\right) =$

f. $\frac{\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}}{1-i}\cdot\frac{1+i}{\cos\frac{7\pi}{6}+i\sin\frac{7\pi}{6}} =$

g. $\frac{\cos\frac{7\pi}{6}+i\sin\frac{7\pi}{6}}{2i} =$

h. $\frac{\cos\frac{5\pi}{6}+i\sin\frac{5\pi}{6}}{\sqrt{3}-i} =$

Rovnice v oboru komplexních čísel

1. Řešte kvadratické rovnice v oboru komplexních čísel:
   a. $x^2 - 5x + 5 = 0$
   b. $5x^2 - 2x + 1 = 0$
   c. $3x^2 - 2x + 1 = 0$
   d. $4x^2 - 12x + 25 = 0$
   e. $x^2 - 3x + 3 = 0$
   f. $2x^2 + x + 1 = 0$
   g. $4x^2 + 3 = 0$
   h. $3x^2 - 7x + 5 = 0$
   i. $(x^2 + x + 1) \cdot (x^2 + x - 1) = 0$
2. Řešte kvadratické rovnice s komplexními koeficienty:
   a. $x^2 - 4i - 8 = 0$
   b. $x^2 - 6ix - 12 = 0$
   c. $x^2 - 6ix - 9 = 0$
   d. $x^2 + (2 - i)x + 3 - i = 0$
   e. $ix^2 - 3x + 4i = 0$
   f. $x^2 + (i - 3)x + 2 - 2{,}5i = 0$
   g. $(7 + i)x^2 - 5ix - 1 = 0$
   h. $x(3 - x) = 3 - i$
   i. $x^2 - 20 = ix(2i - x)$
3. Řešte pomocí rozkladů:
   a. $x^3 + 27 = 0$
   b. $x^6 - 1 = 0$
   c. $x^4 - 1 = 0$

Moivreova věta, Binomické rovnice

1. Umocněte pomocí Moivreovy věty:
   a. $\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)^{15}$
   b. $\left[\sqrt[4]{2}\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)\right]^{8}$
   c. $\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)^{50}$
   d. $\left(\cos\frac{1}{6}\pi + i\sin\frac{1}{6}\pi\right)^{31}$
   e. $\left[2\left(\cos\frac{-\pi}{4} + i\sin\frac{-\pi}{4}\right)\right]^{50}$
   f. $\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)^{70}$
   g. $\left(\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)^{62}$
2. Nejprve upravte, převeďte na goniometrický tvar, umocněte, výsledek vyjádřete v algebraickém tvaru:
   a. $\left(\sqrt{3} + i\right)^{6} =$
   b. $(-1 + i)^{40} =$
   c. $\left(\frac{1}{1+i}\right)^{14} =$
   d. $\left(\sqrt{3} - i\right)^{8} =$
   e. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{25} =$
   f. $(-1 + i)^{66} - i(1 + i)^{80} =$
   g. $\left(1 + \cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}\right)^{12} =$
   h. $\frac{(1+i)^{20}}{(1-i)^{10}} =$
   i. $\left(\frac{1-i}{i}\right)^{60} =$
   j. $\left(-2\sqrt{3} - 2i\right)^{12} =$
   k. $\left(5\sqrt{3} - 5i\right)^{7} =$
3. Vypočtěte:
   a. $\left(\cos\frac{\pi}{4} + i\sin\frac{\pi}{4}\right)^{-50} =$
   b. $\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)^{-31} =$
   c. $\left(\sqrt{3} - i\right)^{-8} =$
   d. $\left(\frac{1+i}{1-i}\right)^{-25} =$
4. Řešte binomické rovnice, výsledek převeďte do algebraického tvaru:
   a. $x^3 - 1 = 0$
   b. $x^3 + 8 = 0$

c. $x^4 - 81 = 0$
d. $x^4 + 1 = 0$
e. $x^6 - 64 = 0$
f. $x^6 + 1 = 0$
g. $x^8 - 1 = 0$
h. $x^2 = i$
i. $x^2 = -16i$
j. $x^2 = 2 + 2i\sqrt{3}$
k. $x^3 = -i$
l. $x^3 = 8i$
m. $x^6 = -64i$
n. $x^4 = -\frac{1}{2} - i \cdot \frac{1}{2} \cdot \sqrt{3}$
o. $x^5 = 2 - 2i$

Procvičování

Algebraický tvar	Absolutní hodnota	Goniometrický tvar	Osmá mocnina – převést na algebraický tvar
$2-2i$			
		$\cos\frac{\pi}{3}+i\sin\frac{\pi}{3}$	
-1			
		$4\cdot\left(\cos\frac{\pi}{6}+i\sin\frac{\pi}{6}\right)$	
$-5+5i$			
		$2\cdot\left(\cos\frac{2\pi}{3}+i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$	
$-2-2i\sqrt{3}$			

Výsledky – Úvod

1. *N: 12; Z: 0; -5; -3; Q: 2/3; -1/2; R:1,23; -0,58; 0,089; C: 2+3i; i; -2i*
2.
    a. -1
    b. 1
    c. –i
    d. i
    e. 1
    f. 0
    g. i
    h. -1
3.
    a. +: 3+2i; -: -1; *:1+3i
    b. +:4; -: 2i; *: 5
    c. +: -2-7i; -: -2-i; *: -12+6i
    d. +: 1+3i; -:3+3i; *: -2-3i
4.
    a. 2
    b. 7-2i
    c. -5-12i
    d. -7+4$\sqrt{2}i$
5.
    a. 10
    b. 5
    c. 1
    d. $\sqrt{2}$
6.
    a. $-\frac{1}{2}-\frac{3i}{2}$
    b. $-3-2i$
    c. $-\frac{9}{2}+\frac{5i}{2}$

d. $\frac{2}{5}$

e. 1

f. $1-2i$

g. 5+8i

h. $\frac{2}{5}-\frac{4i}{5}$

i. $\sqrt{\frac{130}{100}}$

j. $\sqrt{208}$

Výsledky – Goniometrický tvar komplexního čísla

1. Převeďte z goniometrického tvaru na tvar algebraický:
   a. $-1+i\sqrt{3}$
   b. $\frac{3}{2}+\frac{i3}{2}$
   c. $3\left(\frac{\sqrt{2}}{2}-i\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
   d. $-\sqrt{2}$
   e. 4
   f. -2
   g. $-2\sqrt{3}-2i$
   h. $\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}$
   i. 1
   j. $-\sqrt{2}+i\sqrt{2}$
   k. $\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. Převeďte z algebraického tvaru do goniometrického:
   a. $\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4}+i\sin\frac{7\pi}{4}\right)$
   b. $\cos\pi+i\sin\pi$
   c. $5\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$
   d. $\frac{\sqrt{3}}{2}(\cos\pi+i\sin\pi)$
   e. $6\left(\cos\frac{\pi}{4}+i\sin\frac{\pi}{4}\right)$
   f. $\sqrt{3}\left(\cos\frac{3\pi}{2}+i\sin\frac{3\pi}{2}\right)$
   g. $\pi(\cos\pi+i\sin\pi)$
   h. $\pi\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)$
   i. $\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4}$
   j. $\cos\frac{3\pi}{2}+i\sin\frac{3\pi}{2}$
   k. $\sqrt{2}\left(\cos\frac{5\pi}{4}+i\sin\frac{5\pi}{4}\right)$
   l. $\frac{1}{2}\left(\cos\frac{3\pi}{2}+i\sin\frac{3\pi}{2}\right)$
   m. $-1+i=\sqrt{2}\left(\cos\frac{3\pi}{4}+i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$
   n. $13(\cos 2\pi+i\sin 2\pi)$
   o. $\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)$
   p. $\cos 2\pi+i\sin 2\pi$
   q. $2\left(\cos\frac{3\pi}{2}+i\sin\frac{3\pi}{2}\right)$
   r. 0

3. Vypočtěte součin a podíl komplexních čísel v goniometrickém tvaru:
   a. $z_1+z_2=4(\cos 2\pi+i\sin 2\pi);\ z_1-z_2=2\left(\cos\frac{\pi}{2}+i\sin\frac{\pi}{2}\right)$

b. $z_1 + z_2 = 2\sqrt{3}\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right); z_1 - z_2 = \frac{2\sqrt{3}}{3}\left(\cos\frac{5\pi}{3} + i\sin\frac{5\pi}{3}\right)$

c. $z_1 + z_2 = 3\left(\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2}\right); z_1 - z_2 = 12\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

d. $z_1 + z_2 = \sqrt{3}\left(\cos\frac{7\pi}{12} + i\sin\frac{7\pi}{12}\right); z_1 - z_2 = \sqrt{3}(\cos\frac{11\pi}{12} + i\sin\frac{11\pi}{12})$

e. $z_1 + z_2 = \sqrt{6}(\cos\pi + i\sin\pi); z_1 - z_2 = \sqrt{\frac{3}{2}}\left(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2}\right)$

f. $z_1 + z_2 = 8(\cos 330° + i\sin 330°); z_1 - z_2 = \frac{1}{2}(\cos 240° + i\sin 240°)$

g. $z_1 + z_2 = 2\sqrt{3}(\cos 90° + i\sin 90°); z_1 - z_2 = \sqrt{3}(\cos 140° + i\sin 140°)$

h. $z_1 + z_2 = 8\left(\cos\frac{11\pi}{6} + i\sin\frac{11\pi}{6}\right); z_1 - z_2 = \frac{1}{2}\left(\cos\frac{3\pi}{2} + i\sin\frac{3\pi}{2}\right)$

4. Vyjádřete čísla v goniometrickém tvaru:

a. $\cos\left(-\frac{\pi}{6}\right) + i\sin\left(-\frac{\pi}{6}\right)$

b. $\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}$

c. $\sqrt{2}\left(\cos\frac{13\pi}{6} + i\sin\frac{13\pi}{6}\right)$

d. $\left(\cos\frac{9\pi}{10} + i\sin\frac{9\pi}{10}\right)$

e. $2\left(\cos\frac{13\pi}{6} + i\sin\frac{13\pi}{6}\right)$

f. $\frac{1}{2}\left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$

g. $\frac{1}{2}\left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$

h. $\frac{1}{2}(\cos\pi + i\sin\pi)$

Výsledky – Rovnice v oboru komplexních čísel

1.

a. $x_{1,2} = \frac{5\pm\sqrt{5}}{2}$

b. $x_{1,2} = \frac{1}{5} \pm \frac{2}{5}i$

c. $x_{1,2} = \frac{1}{3} \pm \frac{\sqrt{2}}{3}i$

d. $x_{1,2} = \frac{3}{2} \pm 2i$

e. $x_{1,2} = \frac{3\pm i\sqrt{3}}{2}$

f. $x_{1,2} = \frac{-1\pm i\sqrt{7}}{4}$

g. $x_{1,2} = \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}$

h. $x_{1,2} = \frac{7\pm i\sqrt{11}}{6}$

i. $x_{1,2} = \frac{-1\pm i\sqrt{3}}{2}; x_{3,4} = \frac{-1\pm i\sqrt{5}}{2}$

2.

a. $x_{1,2} = \pm 2 + 2i$

b. $x_{1,2} = 3i \pm \sqrt{3}$
c. $x_{1,2} = 3i$
d. $x_{1,2} = -1 + 2i;\ -1 - i$
e. $x_{1,2} = -4i; i$
f. $x_{1,2} = \frac{3}{2} \pm \frac{\sqrt{2}}{2} + i \cdot \left(1 \pm \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$
g. $x_{1,2} = \frac{1}{5} + \frac{2}{5}i; -\frac{1}{10} \pm \frac{3}{10}i$
h. $x_{1,2} = 2 + i; 1 - i$

3.

a. $x_1 = \frac{3}{2} + i\frac{3\sqrt{3}}{2}; x_2 = -3; x_3 = \frac{3}{2} - i\frac{3\sqrt{3}}{2}$
b. $x_{1,2} = \pm 1; x_{3,4} = \frac{1}{2} \pm i\frac{\sqrt{3}}{2}; x_{5,6} = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$
c. $x_{1,2} = \pm 1; x_{3,4} = \pm i$

Výsledky – Moivreova věta, Binomické rovnice

1.

a. $\cos\frac{\pi}{2} + i\sin\frac{\pi}{2} = i$
b. $4(\cos 2\pi + i\sin 2\pi) = 4 \cdot (1 + i \cdot 0) = 4$
c. i
d. $\frac{-\sqrt{3}}{2} - i\frac{1}{2}$
e. -2^{50}
f. $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$
g. $-\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$

2.

a. -64
b. 2^{20}
c. $\frac{i}{128}$
d. $2^7(-1 + i\sqrt{3})$
e. i
f. $-129 \cdot 2^{33} \cdot i$
g. 3^6
h. $-32i$
i. -2^{30}
j. 2^{24}
k. $-5 \cdot 10^6 \cdot \sqrt{3} + 5 \cdot 10^6 \cdot i$

3.

a. $-i$
b. $-\frac{\sqrt{3}}{2} + i\frac{1}{2}$
c. $2^{-8}\left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$
d. –i

4.

a. $x_1 = 1;\ x_2 = -\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\sqrt{3}i; x_3 = -\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\sqrt{3} \cdot i$
b. $x_1 = -2; x_2 = 1 + i \cdot \sqrt{3}; x_3 = 1 - i \cdot \sqrt{3}$
c. $x_1 = -3; x_2 = 3; x_3 = -3i; x_4 = 3i$
d. $x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i; x_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i; x_3 = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i; x_4 = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{2}}{2}i$
e. $x_1 = 2; x_2 = -2; x_3 = 1 + i\sqrt{3}; x_4 = -1 + i\sqrt{3}; x_5 = -1 - i\sqrt{3}; x_6 = 1 - i\sqrt{3}$
f. $x_1 = i; x_2 = -i; x_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i; x_4 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i; x_5 = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i; x_6 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

g. $x_1 = 1; x_2 = -1; x_3 = i; x_4 = -i; x_5 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{i\sqrt{2}}{2}; x_6 = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{i\sqrt{2}}{2}; x_7 = -\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{i\sqrt{2}}{2}; x_8 = \frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{i\sqrt{2}}{2}$

h. $x_1 = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{i\sqrt{2}}{2}; x_2 = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{i\sqrt{2}}{2}$

i. $x_1 = -2\sqrt{2} + 2i\sqrt{2}; x_2 = 2\sqrt{2} - 2i\sqrt{2}$

j. $x_1 = \sqrt{3} + i; x_2 = -\sqrt{3} - i$

k. $x_1 = i; x_2 = -\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i; x_3 = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}i$

l. $x_1 = -2i; x_2 = \sqrt{3} + i; x_3 = -\sqrt{3} + i$

m. $x_1 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}; x_2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}\right) + i\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}\right); x_3 = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}\right) + i\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}\right);$
$x_4 = -\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{i\sqrt{2}}{2}; x_5 = \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}\right) + i\left(-\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}\right); x_6 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}\right) + i\left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}\right)$

n. $x_1 = \frac{1}{2} + i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}; x_2 = -\frac{1}{2} - i \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}; x_3 = -\frac{\sqrt{3}}{2} + i \cdot \frac{1}{2}; x_4 = \frac{\sqrt{3}}{2} - i \cdot \frac{1}{2}$

o. $\sqrt[10]{8}[\cos(63° + k \cdot 72°) + i \cdot \sin(63° + k \cdot 72°)], k \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$

Výsledky – Procvičování

Algebraický tvar	**Absolutní hodnota**	**Goniometrický tvar**	**Osmá mocnina – převést na algebraický tvar**
$2 - 2i$	$2\sqrt{2}$	$2\sqrt{2}\left(\cos\frac{7\pi}{4} + i\sin\frac{7\pi}{4}\right)$	4096
$\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$	1	$\cos\frac{\pi}{3} + i\sin\frac{\pi}{3}$	$-\frac{1}{2} + \frac{i\sqrt{3}}{2}$
-1	1	$\cos\pi + i\sin\pi$	1
$2 \cdot \sqrt{3} + 2i$	4	$4 \cdot \left(\cos\frac{\pi}{6} + i\sin\frac{\pi}{6}\right)$	$-2^{15} - i \cdot 2^{15} \cdot \sqrt{3}$
$-5 + 5i$	$5\sqrt{2}$	$5\sqrt{2} \cdot \left(\cos\frac{3\pi}{4} + i\sin\frac{3\pi}{4}\right)$	$5^8 \cdot 2^4$
$-1 + i\sqrt{3}$	2	$2 \cdot \left(\cos\frac{2\pi}{3} + i\sin\frac{2\pi}{3}\right)$	$-2^7 - i \cdot 2^7 \cdot \sqrt{3}$
$-2 - 2i\sqrt{3}$	4	$4 \cdot \left(\cos\frac{4\pi}{3} + i\sin\frac{4\pi}{3}\right)$	$-2^{15} + i \cdot 2^{15} \cdot \sqrt{3}$

Citace

- PETÁKOVÁ, Jindra. *Matematika: příprava k maturitě a k přijímacím zkouškám na vysoké školy*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1998, 303 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6099-3.
- Doc. RNDr. CALDA, Emil. *Matematika pro gymnázia: komplexní čísla*. 3. vyd. Praha: Prometheus, 2001, 134 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6187-6.
- KUBÁT, Josef, Dag HRUBÝ a Josef PILGR. *Sbírka úloh z matematiky pro střední školy: maturitní minimum*. 1. vyd. Praha: Prometheus, 1996, 195 s. Učebnice pro střední školy (Prometheus). ISBN 80-719-6030-6.
- Vlastní tvorba